

CdS Astronomia - ANALISI MATEMATICA 2

Prova scritta

Università di Bologna - A.A. 2016/2017 - 11 Settembre 2017 - Prof. G.Cupini

MATRICOLA:

COGNOME:

NOME:

1335827118

Punteggio massimo: 32

N.B.: Gli esercizi vanno svolti per esteso su questi fogli.

Esercizio 1. (6 punti) Si determini l'ordinata del baricentro di D , dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 4x^2 \leq 100, y \leq 10x + 50\}.$$

Esercizio 2. (6 punti) Si consideri il campo $F : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\} \rightarrow \mathbb{R}^2$,

$$F(x, y) = \left(\frac{y}{\sqrt{2xy}}, \frac{x}{\sqrt{2xy}} + e^{-y} \right).$$

- (a) **(3 punti)** Determinare, se esiste, un potenziale di F .
- (b) **(3 punti)** Calcolare il lavoro del campo F lungo il segmento del piano $0xy$ di primo estremo $(2, 3)$ e secondo estremo $(4, 6)$.

Esercizio 3. (6 punti) Risolvere al variare di $a \in \mathbb{R}$ (non è richiesto l'intervallo massimale di esistenza):

$$\begin{cases} y' = (2y - 1)^2 x \sin x \\ y(0) = a \end{cases}$$

Esercizio 4. (7 punti) Sia $f(x, y) = 4x^3 - xy^2 - 12x^2 + 3y^2$

- (a) **(3 punti)** Determinare i punti critici di f e classificarli (massimo, minimo relativi o punti di sella).
- (b) **(4 punti)** Determinare l'immagine $f(A)$, dove

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 3x, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}.$$

Esercizio 5. (7 punti) Si calcoli $\iiint_E y \, dx dy dz$ dove

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{6} + \frac{z^2}{15} \leq 2, \, x \leq 0, \, 0 \leq y \leq \sqrt{3} \sqrt{\frac{x^2}{2} + \frac{z^2}{15}} \right\}.$$

